RUPRECHT-KARLS-
UNIVERSITÄT HEIDELBERG

INTERNATIONALES
STUDIENZENTRUM
-STUDIENKOLLEG-

Beispielklausur zur Feststellungsprüfung

Schwerpunktkurs: S
Fach: Mathematik

Hinweise: Grafikfähige bzw. programmierbare Taschenrechner sowie Formelsammlungen sind als Hilfsmittel nicht erlaubt
Zeit: 180 Minuten

Aufgabe 1

a) Die Funktion f sei durch die folgende Tabelle definiert:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
f(x)	-4	-2	0	2	4	6	8

(i) Bezeichnen Sie die Umkehrfunktion von f mit f^{-1}. Geben Sie den Definitionsbereich der Umkehrfunktion an. Wie hoch ist der Wert von $f^{-1}(2)$?

(ii) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion f(x) und bestimmen Sie die Formel, die die oben angegebene Tabelle ergibt. Wie lautet die Formel der Umkehrfunktion?

Aufgabe 2

a) Leiten Sie die folgenden beiden Funktion ab und vereinfachen Sie soweit wie möglich

(i) $f(x) = \frac{\ln x^2}{x^2}$ (ii) $h(x) = \left(\frac{x-1}{x+3}\right)^{\frac{1}{3}}$

b) Geben Sie alle Werte der Konstanten a an, für die die Funktion $f(x) = ax^2 + bx + c \quad (b, c = const.)$ streng konvex ist.

c) Gegeben sei die folgende Funktion: $f(x) = x^2 + 2$. Ermitteln Sie Gleichung der Tangente an diese Funktion an der Stelle $x = 2$. Zeichnen Sie den Graphen der Funktion und die ermittelte Tangente in ein Diagramm.

Aufgabe 3

Gegeben sei die folgende Funktion:

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$$

Geben Sie für diese Funktion den Definitionsbereich an und untersuchen Sie diese Funktion auf Nullstellen, relative Extremwerte, Wendepunkte, Krümmungsverhalten, Monotonie sowie auf das Verhalten im Unendlichen. Fertigen Sie zum Abschluss eine Skizze des Graphen der Funktion an.

Aufgabe 4

Bei einer Befragung von 794 Personen gaben 241 Befragte auf dem Fragebogen an, dass sie männlich und mit der Euro-Währung zufrieden sind, 198, dass sie weiblich und zufrieden sind, 122, dass sie männlich und unzufrieden sind, 173, dass sie weiblich und unzufrieden sind. Von den restlichen 60 Personen waren 40 männlich und in der Eurofrage neutral und 20 weiblich und neutral.

a. Erstellen Sie eine Tabelle mit den relativen Häufigkeiten der gemeinsamen Häufigkeitsverteilungen und der Randverteilung für die Merkmale Geschlecht und Euro-Einstellung.

b. Um welche Art von Merkmal handelt es sich beim Geschlecht und der Euroeinstellung? Welche der Ihnen bekannten Maße der Lage lassen sich für diese Merkmale bestimmen?

c. Berechnen Sie die relativen Häufigkeiten der bedingten Verteilung des Merkmals Euro-Einstellung unter den Männern und unter den Frauen.

Aufgabe 5

Für die folgenden 6 Schüler sind die Mathematik- und die Deutschnoten gegeben.

Studierender	A	B	C	D	E
Mathematiknote	1	5	2	4	1
Deutschnote	4	2	5	3	4

a) Um welche Art von Merkmal handelt es sich bei den Mathematik- und Deutschnoten? Berechnen Sie für beide Merkmale jeweils ein zulässiges Maß der Lage.

b) Untersuchen Sie, ob ein statistischer Zusammenhang zwischen den Prüfungsleistungen in Mathematik und Deutsch besteht.